

编者按:

由于3.14是与圆周率数值最接近的数字,因此联合国教科文组织将3月14日设立为国际数学日。今年的3月14日是第5个国际数学日。作为基础研究最重要的学科之一,数学被誉为“科学的皇后”。本期,我们邀请了著名数学家和中小学教师一起探讨——

## A. 为何说数学改变世界?

●主持人:有专家说数学无处不在,是一切科学的基础。那么,数学的作用是什么,其具体应用在何处?

**袁亚湘:**数学的重要性不言而喻。数学是所有自然科学的基础,离开数学,科学就不能称为科学。 $\pi$ 的前三位是3.14,所以3月14日被定为国际数学日,联合国教科文组织官方认定了国际数学日,可以看出数学的重要性。

数学是科技的基石,生活中处处有数学。经常碰到有人问我,数学到底有什么用?哪儿有数学?实际上我认为应该反过来问,生活中哪儿没有数学?随便举个例子,在医院做CT,其工作原理就是跟数学的拉东变换有关;又如日常打电话时无线电波的传播会用到数学中的傅里叶变换,电磁学的方程需要虚数来刻画。生活中到处都有数学。

**王涛:**数学是当今一切自然科学与工程技术的基础,现代科技的本质在于数学化,因此世界科技强国必然是数学强国。近代以来,意大利、英国、法国、德国与美国相继成为世界科学中心,其实背后是这些国家首先成为世界数学中心。当今国际科技竞争不断向基础领域前移,数学对我们国家科技自立自强的作用将会越来越大。著名数学家华罗庚说过一句名言:“宇宙之大,粒子之微,火箭之速,化工之巧,地球之变,生物之谜,日用之繁,无处不用数学。”数学与航空航天、国防安全、生物医药、信息、能源、海洋、人工智能、先进制造等事关国计民生的重大、尖端领域联系紧密。

**林亚南:**我的观点是数学有用、数学有道、数

学有趣。数学教育的终极目标是让学生学会用数学的眼光观察现实世界,学会用数学的思维分析现实世界,学会用数学的语言表达现实世界。以前我们提出要培养学生分析问题和解决问题的能力,聚焦于学生知识和能力的培养,新课标提出要理解数学思想和参加数学活动,更重视提出问题能力的培养。

**盛为民:**华为战略研究院院长徐文伟说,数学作为基础的基础,将决定未来发展的边界,数学家越努力,成果越卓越。华为掌舵人任正非在接受采访时讲,过去30年,其实华为真正的突破是数学,手机、系统设备是以数学为中心。这道出了华为成功的一个秘诀,那就是重视数学的应用!

2019年,科技部、教育部、中国科学院、国家自然科学基金委员会共同发布《关于加强数学科学研究工作方案》,强调要持续稳定支持基础数学科学,加强应用数学和数学的应用研究,为切实实施我国数学科学研究制定了具体工作方案。

大学里关于数学专业人才培养的观念也在不断更新。大多数毕业生从事应用数学、数学与其他学科交叉的研究或相关的工作。有些毕业生即使从事与数学无关的工作,比如金融投资、证券交易、保险理财等,但在大学期间的数学专业训练使他们在工作中更加理性。

## B. 数学为何“烧脑”?

●主持人:不少学生认为数学是枯燥且难学的,但也有学生觉得数学有趣,为什么数学会让学生又爱又怕?

**王涛:**数学教与学的困难在于它是一门独特的学科,具有抽象性、严密性与累积性的特点。即使是最简单、最直观的数与形,也是从具体的事物中抽象而来的,更不用说那些复杂的数学概念与理论了。严就是严格,推理要合乎规则,特别是要符合逻辑,不能产生相互矛盾的结果。密就是精密,古语云“失之毫厘,差之千里”,就是这个意思。由于数学的严密性,导致了数学具有确定性与累积性。因此,学习数学要一步一步脚印。

**徐翔:**数学曾经被比喻为“宇宙的语言”。这个比喻形象地说明了数学在解释自然规律和描述宇宙中各种现象时的重要性。既然数学是一种宇宙通用的语言,那么要掌握这门语言,通常需要很长时间的训练。数学很难,主要表现在以下几个方面:

一是数学形式很抽象。为了简洁和普适,数学创造了大量的抽象概念并符号化,这些概念和符号背后可能有很多约定俗成的定义,需要花费时间和精力去理解和掌握。对许多人来说,这种抽象性和符号化本身就是学习的障碍之一。

二是数学内容深而广。数学内容从基础的算术、初等几何等到后来的分析学、代数学、微分方程、微分几何等,每门高阶课程都有前置课程。只有把基础打扎实了,才能学后续课程。学习过程犹如深潜,越往下潜越难,需要花费大量的时间和精力来理解知识,这增加了数学学习的难度。而且数学领域细分的研

究方向多,因此给人的印象是比较难学。

三是数学内在逻辑严谨。数学是一门基于严格逻辑推理的学科,需要学生具备较强的逻辑思维能力。数学中的定理证明和问题解决都需要严密的推理过程,一步错可能导致整个结果的错误,这对于一些人来说是具有挑战性的。

四是数学需要练习。数学不仅仅是理解概念,更需要不断地练习和实践。数学技能的掌握需要大量的练习和反复学习,而且在学习的过程中可能会遇到挫折和困难。著名数学家苏步青曾做过1万多道微积分的题。因此,对于一些人来说,学习数学是非常困难的。

五是数学中有许多公开的挑战性难题。如哥德巴赫猜想、黎曼猜想等,这些问题有的已历经数百年,但仍未被解决。对于数学工作者来说,即使掌握了非常深入的数学知识和高超的数学技巧,要解决这些问题还是很困难。因此,外界也会认为数学很难。

**刘攀:**数学难不难学,很大程度上取决于学生是否喜爱数学。对于喜爱数学的学生来说,数学或许并不难,哪怕一些数学难题具有极大的挑战性,带给他们的依然是信心和勇气!而对于一般的学生来说,数学之所以难学,一方面源于数学的抽象,学生缺少对数学隐性价值的感知,导致学习动力不足;另一方面,或许是教师教学节奏过快,学生一味做题,没有时间停下来自我思考,师生也没有共同探索反



嘉宾:

- |     |                                   |
|-----|-----------------------------------|
| 袁亚湘 | 中国科学院院士、中国数学会原理事长                 |
| 林亚南 | 厦门大学博士生导师、北师大港浸大兼职教授、国家“万人计划”领军人才 |
| 盛为民 | 浙江省数学会副理事长、浙江大学数学科学学院常务副院长        |
| 徐翔  | 浙江省数学会秘书长、浙江大学博士生导师               |
| 王涛  | 中国科学院自然科学史研究所副研究员                 |
| 刘攀  | 华东师范大学数学科学学院副教授                   |
| 费红亮 | 省特级教师,杭州高级中学副校长                   |
| 吴恢鑫 | 省特级教师,杭州市小营巷小学副校长                 |
| 包彦禹 | 安吉蓝润天使外国语实验学校教师                   |

主持人:言宏

# 解码数学的力量

## C. 如何让学生爱上数学?

●主持人:看来,一些学生不爱数学,除了数学本身具有难度,还与教学内容、教学方法和评价有关。那么,如何改革教与学的方法,让数学这一学科变得有趣,让学生爱上数学?

**袁亚湘:**要让学生在玩中学数学。著名数学家陈省身曾说过,“数学好玩”。因此,要玩好数学!今年的国际数学日,主题就叫作“Play with Math”,意思是玩中学数学。

数学的本质是研究与探索。人本身是有好奇心的。按道理,数学是每个人都会感兴趣的,但大量刷题让学生对数学不感兴趣了,所以教与学的方法要改革。希望广大青少年在中小学阶段培养自己对数学的兴趣。对学生来说,学到数学知识固然重要,但更重要的是热爱、喜欢数学。

**林亚南:**最重要的是培养学生对数学的兴趣。要多向学生强调兴趣、好奇心、能力,少强调考试、分数、输赢。除此外,学校层面和教师要聚焦于大中小学知识的衔接、渗透,要多研究、交流、共享,特别是多了解现代数学知识、数学历史、数学文化、数学教育理念,多了解数学的应用软件。小学阶段重在培养兴趣,中学阶段重在夯实基础,大学阶段重在扩大视野。

**王涛:**可以推荐学生了解一些数学史,了解一下抽象概念、公式的来龙去脉。当今科技发展日新月异,教师也可以运用高新技术进行数学科普,比如抽象的方程与曲面,可以通过特定软件、3D打印、VR等各种途径实现可视化,让数学看得见、摸得着,激发学生的数学兴趣。

**盛为民:**兴趣是最好的老师,发自内心喜欢,是学好数学的一种内生动力。在基础教育阶段,需要重视对中小学生学习数学兴趣的培养。到大学阶段,给予学生更多选择。比如,浙江大学建立了多元化的人才培养模式,鼓励学生在前两年打好数学基础,在后两年根据自己的兴趣和特长,选择喜欢的课程方

向。我们为学生提供尽可能多的核心课程作为备选课程。

**刘攀:**数学的世界本身是好玩的,里面充满着数不清的有趣谜题。对于有天赋的学生来说,通过一些有趣问题的思考和解答即可让其步入爱数学和玩数学之列;而对于一般的学生来说,若能经由设计生活情境来引出数学问题和数学文化,并一步步引向其背后的数学思想,学生对数学的认知或将不再狭隘。

数学话剧就是一种新颖的数学普及和文化传播的手段,亦是一种奇妙而有效的数学文化教育模式,可以让一部分对数学心存敬畏的学生走近数学,逐渐喜爱数学文化。此外,学校也可以尝试将其他的艺术形式,如数学音乐剧、数学小品或者数学相声等融入数学教育。

**徐翔:**需要教育工作者创新数学教材、创新教学方法,探索新的选拔机制。一本好的教材影响深远,可以组织专家编写更有趣的数学教材,寓教于乐。采用新的教学方法,如开展数学游戏、实验等,让数学概念更具趣味性和生动性,激发学生的学习兴趣。可以尝试设计一个多元化的评价标准,不仅仅注重学生的数学能力,还要考虑到他们的创造力、问题解决能力、团队协作能力等。

**包彦禹:**因为数学抽象且难学,我们教学时需要还原抽象为具象。《义务教育数学课程标准(2022年版)》提出的“三会”均指向现实生活,就是倡导大家基于现实生活进行数学的教与学。从2018年开始,我们团队坚持数学电影的拍摄,生动呈现数学本身的发生发展历程。如近日我们拍了《 $\pi$ 的故事》,学生很喜欢。

思,因而不能有效地获得符合学生自身的认知情境。

**包彦禹:**首先,抽象贯穿着数学的始终,而抽象思维并不是一种自然的思维方式,这是数学难学的内因。其次,数学凝结着人类的顶尖智慧,概念、公式的产生和发展往往蕴含着人文哲学的思辨,对于一些人来说,面对这些复杂、严谨、跨学科的问题就会感到沮丧。最后,数学是一门累积性的学科,这也是有些学生落下一阶段的数学课就很难跟上的重要原因。

**吴恢鑫:**在世界各地,数学难学已是不争的事实。一方面,数学是一门系统且严谨的演绎科学,具有高度的抽象性、严密的逻辑性和广泛的应用性。在发展和完善的过程中,数学逐步脱离了现实对象,仅保留了数量关系和空间形式,许多数学发现和结论很难找到具有直观意义的现实原型,给学习者的理解带来了很大的困难。另一方面,目前一些学校与家长把学生的知识学习提前再提前。不断前置的“训练性的学习”,严重弱化了孩子自主探索的能力,让他们丧失了学习兴趣。如果学数学主要是记和练,离开深度探究,没有触及心灵的长时间思考,多数孩子只能成为做题家,而感受不到数学本身的魅力。所以,化解数学难学的问题,要从数学内容的再创造和学习方式贴近孩子思维两方面入手,去掉一些功利化的东西,增加玩数学、做数学的时间和空间。我们尝试开发了120项数学实验项目,让学生做到情智交融、玩做合一。

**费红亮:**还有一种策略是让学生喜欢教师从而喜欢学科。数学学科本身对思维要求比较高,相对比较抽象。如果能找到对的方法和思维方式,数学将会变得既简单又有趣;反之,数学将会成为那座难以逾越的高山,让人望而却步。这就对教师的传授提出了更高的要求,我们数学老师应该努力去追求课堂的“三有”,即有效、有味、有趣。

有效是指有效率和有效果。有效率不仅仅是指课程的速度和进度,更重要的是课堂的达成度。有效果指的是必须契合新课改新高考的方向,必须要符合学生现有的认知水平和知识基础,必须表述科学清晰,通过教师的转化和过渡,让学生能更好地理解掌握知识,并启发思考和探究。

有味是指怎样构建课堂,琢磨如何讲述、如何过渡、如何呈现、如何设问,让学生能更好更快地掌握。比如设计变式教育,预设问题,抓住课堂生成资源即时设问。

有趣是指能够让学生兴趣盎然地参与我们的课堂,让学生真正体会到数学之美。

作为一名一线数学教师,我非常清楚分数的意义和重要性,但我始终不敢忘记为学生打下数学核心素养的底色。让他们从学会转变为会学,我们要从关注怎么教进阶为关注怎么学:不仅要关注学生的探究结果,更要关注学生的探究过程;不仅要关注学生知识技能的掌握,更要关注学生数学核心素养的发展;不仅要关注学生的行动,更要关注学生的心动,引导学生感悟数学的科学价值、应用价值、文化价值和审美价值,最终实现育人价值。

(整理:俞寅琳 邓昊冉)

扫一扫,关注“浙江教育报 前沿观察”  
微信公众号,了解教育前沿观点